

UNIVERSIDAD DEL MAR

Campus Puerto Ángel

## DINÁMICA DE VÓRTICES DE LA INTERACCIÓN TURBULENCIA-DIPOLO

TESIS

que para obtener el título profesional de

LICENCIADO EN OCEANOLOGÍA

Presenta

LENIN MOISÉS FLORES RAMÍREZ

Director

M. en C. JORGE CASTRO LÓPEZ

Puerto Ángel, Oaxaca, 2015

#### M. en C. Francisco Javier Ulises Becerril Bobadilla JEFE DE LA CARRERA DE OCEANOLOGÍA UNIVERSIDAD DEL MAR PRESENTE

Después de haber analizado y evaluado la tesis Dinámica de Vórtices de la Interacción Turbulencia–Dipolo que presenta el C. Lenin Moisés Flores Ramírez, le comunicamos que dicho documento cumple con los requisitos académicos para que el citado tesista presente el correspondiente exámen profesional.

Atentamente

M. en C. Jorge Castro López Profesor-Investigador Instituto de Recursos Universidad del Mar Director

M. en C. Alejandro Regalado Méndez Profesor-Investigador Instituto de Industrias Universidad del Mar Revisor Dr. Javier Salinas Luna Profesor-Investigador Instituto de Ecología Universidad del Mar Revisor

M. en C. Ricardo Rodrigo Hernández Hernández Profesor–Investigador Instituto de Recursos Universidad del Mar Revisor

M. en C. Barbara Zavala Trujillo Profesor–Investigador Instituto de Recursos Universidad del Mar Revisor

#### Resumen

En el presente trabajo se estudió la interacción entre turbulencia y un dipolo mediante una simulación numérica directa de las ecuaciones de Navier-Stokes. Las simulaciones se realizaron utilizando el programa de elementos finitos COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>. Ambos, la turbulencia y el dipolo, se forman por el flujo a través de las fronteras sólidas de un dominio semicerrado. La implicación es sencilla: el dipolo propagandose en turbulencia 2D en un dominio finito con reservorio infinito de energía y viscosidad molecular como único mecanismo de disipación viscosa. El estudio propuesto esta motivado por el hecho de que los dipolos se generan por el flujo mareal entre dos cuencas. Estos transportan partículas contenidas en el fluido, como nutrientes o sedimentos, durante un largo periodo de tiempo si permanecen coherentes en el medio turbulento. La dinámica de vórtices de la interacción comprende: a) la inestabilidad del dipolo por el campo de deformación advacente a los vórtices que lo conforman; b) las variaciones del momento angular global debido a las interacciones de los dipolos con las paredes sólidas; y c) la coexistencia de dos intervalos en el espectro de energía. El flujo de momento del dipolo y la variación del momento angular global introducen cierta cantidad de energía al dominio. El resultado es un espectro de energía con dos intervalos, pero incompatibles con el esquema de Kraichnan. El intervalo de la cascada inversa de energía tuvo una pendiente de  $k^{-1/2}$  (mas allanada que  $k^{-5/3}$ ). La pendiente allanada corresponde a la tendencia hacia la erosión de vórtices por el campo de deformación de gran escala y las perdidas de energía al organizar el flujo nuevamente en vórtices. El intervalo de la cascada de enstrofía tuvo pendiente  $k^{-5}$  (mas pronunciada que  $k^{-3}$ ). La pendiente pronunciada se asocia a los filamentos y un estado final de energía. La dinámica fue descrita solamente mediante las cantidades globales (entrofía, energía, momento angular) y el campo de vorticidad del flujo. El papel de la viscosidad es evidente: las fronteras con condición de no-deslizamiento son generadoras de vórtices y filamentos. Mientras tanto, el método de elementos finitos permite la comunicación interelementos desde las fronteras, donde la malla es fina, al interior del dominio, con una malla áspera.

Palabras Clave: simulación numérica directa, momento angular, espectro de energía, viscosidad, elementos finitos, estabilidad, caos

#### Abstract

In this work the interaction between two-dimensional turbulence and vortex dipole was studied by employing direct numerical simulation of Navier–Stokes equations. The simulations were performed by using the finite element software COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>. Turbulence and vortex dipole are both created by flow through solid walls of a semibounded domain. The implication is simple: the vortex dipole propagates through turbulence in a finite domain with infinite energy reservoir and molecular viscosity as the only dissipation mechanism. The proposed study is motivated by the fact that vortex dipoles are generated by tidal pumping between two basins. They transport fluid particles, like nutrients or sediments for a long time if they remain coherent in a turbulent background. The vortex dynamics of the interaction comprises: a) vortex instability by the presence of an external strain field around the patches of uniform vorticity comprising the vortex dipole; b) variations in the net angular momentum due to interactions of vortex dipoles with walls; and c) the coexistence of two energy spectrum ranges. Vortex dipole momentum and variations of angular momentum introduce a certain amount of energy into the domain, consequently two energy spectrum ranges develop, but are incompatible with Kraichnan's scheme. The energy spectrum in the energy-cascading range was  $k^{-1/2}$  (flatter than  $k^{-5/3}$ ). The flattening is interpreted as a greater tendency for vortex erosion by large scale strain field and energy losses by flow reorganization into vortices. On the other hand, the enstrophy-cascading range was  $k^{-5}$  (steeper than  $k^{-3}$ ). The steepening is the result of filaments and final state of energy. The dynamics were described only by integral quantities (enstrophy, energy, angular momentum) and vorticity field. The role of viscosity is straightforward: no-slip boundaries create vortices and filaments. Meanwhile the finite element method allows inter-element communication from fine grid at boundaries to coarse grid at the interior of the domain.

**Keywords:** direct numerical simulation, angular momentum, energy spectrum, viscosity, finite element, stability, chaos A mi madre Prof. Mariela Ramírez Martínez, por el amor que me has dado, la confianza y el apoyo constante e incondicional en todos y cada uno de los momentos de mi vida. Soy muy afortunado de tener una mamá como tú.

A mi padre Moisés Flores García<sup>†</sup>, por el amor brindado y valor para afrontar cualquier circunstancia con el fin de salir adelante. Gracias papá.

A mi abuela Lidia Martínez Hernández, a quien cariñosamente llamo Mamalila, por ese amor que me diste de pequeño y que me sigues dando hasta ahora. Eres la mejor abuelita.

A mis hermanos Julio Martínez Ramírez y María José Ramírez Martínez, por compartir su vida y cariño conmigo. Quiero que nunca olviden que soy su hermano y que siempre voy a estar ahí para ustedes.

### Agradecimientos

A mi director de tesis M. en C. Jorge Castro López por su apoyo en la dirección y realización de la tesis. Tu experiencia y conocimientos han sido mi fuente de motivación y curiosidad durante estos años.

A los revisores de la tesis M. en C. Alejandro Regalado Méndez, Dr. Javier Salinas Luna, M. en C. Ricardo Rodrigo Hernández Hernández y M. en C. Barbara Zavala Trujillos, por todas sus aportaciones al presente trabajo, les agradezco todas las contribuciones que han hecho para que esta tesis llegué a su culminación. Al jefe de la carrera de Oceanología, M. en C. Francisco Becerril Bobadilla, por la atención brindada en el proceso de revisión de la tesis y el trámite de titulación.

A los profesores M. en C. David Vázquez Santa Ana, Dr. Isaias Ochoa Landín, Dr. Juan García Abdeslem, M. en C. Sergio Gómez Callejas, Dr. Roberto Esteban Martínez López, M. en E. L. Alberto González Soto, M. en C. Antonio López Serrano, M. en C. Pedro Cervantes Hernández, Dr. Cristóbal Reyes Hernández, Dr. Miguel Ángel Ahumada Sempoal; por su aportación a mi formación profesional a través de sus enseñanzas.

A mis estimados amigos César Castellanos Martínez, Alberto Piña Ortíz, Francisco Muñoz Reyes, Cotsikayala Pacheco Ramírez, David López García, Miguel Ángel Figueroa Alavez, Luis Salgado Cruz, Hugo Molina Carrasco, Juan Trujano Dolores, Alejandro Cruz García, Sabino Aguario Orduño, Eduardo Calderón Cholula, Enoch Suriano de León, Fernando Cruz Sánchez, Marco López Caballero, M. en C. Gerardo Herrera Torres y Dr. José Ángel Ronsón Paulín. Todos miembros y fundadores de la Secretaría de Educación Arrabal de la Vida (la calle es el destino, es nuestra profesión). Nuestra amistad se forjó a través de estos años y son esos años los que nos mantendrán unidos. Gracias por acompañarme siempre.

A mis queridas amigas Diana Martínez González, Gabriela Sánchez Avila y Mildred Valdivia Mesinas. Las mejores amigas, las más bellas, las más dulces, esas son ustedes. Gracias por los buenos momentos que hemos compartido y seguiremos compartiendo.

A Iris Valdez Domínguez, por estar a mi lado durante estos años, un día aburrido se conviertía siempre en el día más divertido de todos. Gracias por apoyarme en esta etapa tan importante.

A los camaradas de Puerto Ángel Luis Cruz Rojas "Don Güicho", Joaquín Cabrera Reyes "Qüin" y María Cerna Ponce "Doña Marí" (y sus deliciosas comidas), por hacerme sentir como en casa al relacionarse conmigo de forma desinteresada y sincera.

A la familia Ramírez Martínez, mi familia, por los siempre cálidos recibimientos a mi hogar y los buenos ratos que pase con todos y cada uno de ustedes.

# Índice

Página

| Res | sumer  | n                                   |   | iii   |  |  |
|-----|--------|-------------------------------------|---|-------|--|--|
| Ab  | stract | t                                   |   | iv    |  |  |
| Dee | dicato | oria                                |   | v     |  |  |
| Δσ  | radec  | imiento                             |   | vi    |  |  |
| 4 . |        |                                     |   | • • • |  |  |
| Ind | lice   |                                     |   | V111  |  |  |
| Índ | lice d | e Figur                             | as  | x     |  |  |
| No  | taciór | ı y abr                             | eviaturas   | xiii  |  |  |
| 1.  | Intr   | oducci                              | ón  | 1     |  |  |
|     | 1.1    | Sujeto                              | de estudio y motivación   | 1     |  |  |
|     | 1.2    | Plante                              | eamiento del problema   | 5     |  |  |
|     | 1.3    | Objeti                              | ivos  | 5     |  |  |
|     |        | 1.3.1                               | General   | 5     |  |  |
|     |        | 1.3.2                               | Específicos   | 6     |  |  |
|     | 1.4    | Descri                              | pción de la tesis   | 6     |  |  |
| 2.  | Mai    | rco Teó                             | brico   | 8     |  |  |
|     | 2.1    | Turbu                               | lencia 2D y vórtices  | 8     |  |  |
|     |        | 2.1.1                               | Propiedades de los flujos turbulentos   | 8     |  |  |
|     |        | 2.1.2                               | Cascada doble de energía  | 12    |  |  |
|     |        | 2.1.3                               | Producción de coherencia  | 15    |  |  |
|     |        | 2.1.4                               | Interacción entre turbulencia y vórtices  | 21    |  |  |
|     | 2.2    | Métod                               | lo de elementos finitos   | 24    |  |  |
|     |        | 2.2.1                               | Formulación débil de problemas con valor en la frontera                           | 24    |  |  |
|     |        | 2.2.2                               | Elementos finitos   | 26    |  |  |
|     |        | 2.2.3                               | Funciones de forma  | 28    |  |  |
|     |        | 2.2.4                               | Modelado en COMSOL Multiphysics <sup>®</sup> $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$ | 30    |  |  |
| 3.  | Mét    | $\mathbf{zodos}$                    |   | 39    |  |  |
|     | 3.1    | Ecuac                               | iones de movimiento   | 39    |  |  |
|     | 3.2    | Discretización en elementos finitos |   |       |  |  |
|     | 3.3    | Simula                              | ación numérica  | 50    |  |  |

# ${\rm Índice}~({\rm continuación})$

| 4.  | Resi   | ıltados                                      | 54 |
|-----|--------|--|----|
|     | 4.1    | Formación y evolución de la turbulencia      | 54 |
|     | 4.2    | Formación y evolución del dipolo             | 60 |
|     | 4.3    | Interacción entre la turbulencia y el dipolo | 62 |
| 5.  | Disc   | usiones                                      | 67 |
|     | 5.1    | Sobre la turbulencia                         | 67 |
|     | 5.2    | Sobre el dipolo                              | 70 |
|     | 5.3    | Sobre la interacción turbulencia–dipolo      | 72 |
| 6.  | Con    | clusiones y trabajos futuros                 | 80 |
|     | 6.1    | Conclusiones                                 | 80 |
|     | 6.2    | Trabajos Futuros                             | 82 |
| Bib | liogra | fía  | 85 |

# Índice de Figuras

#### Figura

| 1.1  | Mapas de EPV en 7 hPa (~ 35 km de altitud) del vórtice polar ubi-<br>cado en el Hemisferio Norte, en unidades de vorticidad potencial PVU<br>$(10^{-6} \text{ K kg}^{-1} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1})$ . Tomado de: http://gmao.gsfc.nasa.gov/<br>researchhighlights/SSW/ | 3  |
|------|--|----|
| 2.1  | Representación esquemática de la cascada inversa de energía y la cascada de enstrofía en turbulencia 2D forzada. Modificado de: Maassen (2000).  | 15 |
| 2.2  | Surgimiento y evolución de vórtices en turbulencia 2D computacional.<br>Los contornos de vorticidad positiva (negativa) son líneas sólidas (pun-<br>teadas). El tiempo es adimensional basado en una escala advectiva, $L/U$ .<br>Modificado de: McWilliams (1984).      | 16 |
| 2.3  | Estructuras coherentes: (a) monopolo; (b) dipolo; (c) tripolo; (d) cuadrupolo. Modificado de: Flòr (1994).   | 18 |
| 2.4  | Campos de (a) vorticidad y (b) función de corriente característicos de una cascada inversa de energía. Modificado de: Tabeling (2002)  | 20 |
| 2.5  | Campos de vorticidad que muestra el proceso de filamentación. Tomado de: Tabeling (2002).  | 20 |
| 2.6  | Simulaciones de la interacción turbulencia–vórtice para: (a) una estruc-<br>tura coherente de perfil radial $r^{-1/2}$ ; (b) un vórtice columna. Tomado<br>de: Farge <i>et al.</i> (1992) y Hussain <i>et al.</i> (1993) respectivamente                                 | 22 |
| 2.7  | Elementos finitos en dos dimensiones: (a) un elemento de tres nodos;<br>(b) elementos de cuatro nodos; (c) un elemento de cinco nodos; (d) un<br>elemento de seis nodos. Modificado de: Reddy (2006)   | 30 |
| 2.8  | El escritorio de COMSOL Multiphysics <sup>®</sup>  | 32 |
| 2.9  | Flujo en cavidad inducido por una pared en movimiento ( $Re = 500$ )   | 35 |
| 2.10 | Flujo laminar en una tubería ( $Re = 2000$ ). Por claridad se muestra solo una parte del dominio   | 37 |
| 2.11 | Flujo turbulento a través de un escalón ( $Re = 6934$ )  | 38 |
| 3.1  | Elementos 2D triangulares y rectangulares  | 50 |

# Índice de Figuras (continuación)

#### Figura

| 3.2 | Geometría del dominio, condiciones de frontera y representación gráfica<br>de la formación de la turbulencia y el dipolo (no representa la situación<br>física de la interacción).  | 52 |
|-----|---|----|
| 3.3 | Diagrama de flujo para la obtención de la solución de cada simulación numérica.   | 53 |
| 4.1 | Campos de vorticidad de la simulación relativa a la turbulencia formada<br>por el flujo que pasa una cuadrícula de círculos ( $Re = 2500$ ). Los con-<br>tornos azules (rojos) representan a la vorticidad negativa (positiva). El<br>intervalo de contornos es $\Delta \omega = 0.02 \text{ s}^{-1}$   | 55 |
| 4.2 | Campos de función de corriente de la simulación relativa a la turbulencia formada por el flujo que pasa una cuadrícula de círculos ( $Re = 2500$ ). Los contornos sólidos negros (punteados grises) representan valores negativos (positivos) de función de corriente. El intervalo de contornos es $\Delta \psi = 0.05 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ .  | 56 |
| 4.3 | Diagramas de dispersion, $\omega - \psi$ , para la simulación de la turbulencia formada por el flujo que pasa una cuadrícula de círculos ( $Re = 2500$ ).   | 58 |
| 4.4 | Evolución temporal de cantidades integrales para la simulación de la turbulencia formada por el flujo que pasa una cuadrícula de círculos $(Re = 2500)$ : (a) energía cinética normalizada y entrofía normalizada; (b) escala integral. El panel (c) muestra el espectro de energía normalizado de la simulación. Los datos se calcularon usando promedios de conjunto de 10 simulaciones idénticas | 59 |
| 4.5 | Campos de vorticidad y diagramas de dispersion $\omega - \psi$ de la simulación relativa al dipolo formado por el flujo que pasa un canal rectangular $(Re = 700)$ . Los contornos azules (rojos) representan a la vorticidad negativa (positiva). El intervalo de contornos es $\Delta \omega = 0.02 \text{ s}^{-1}$ . La línea azul representa la curva $\omega = 2.2 \text{ senh}(0.6 \psi)$     | 61 |
| 4.6 | Campos de vorticidad de la simulación de la interacción turbulencia–<br>dipolo ( $Re = 5000$ ). Los contornos azules (rojos) representan a la vorti-<br>cidad negativa (positiva). El intervalo de contornos es $\Delta \omega = 0.01 \text{ s}^{-1}$ .   | 63 |

# Índice de Figuras (continuación)

#### Figura

| 4.7 | Campos de función de corriente de la simulación de la interaccion turbu-<br>lencia-dipolo ( $Re = 5000$ ). Los contornos sólidos negros (punteados<br>grises) representan valores negativos (positivos) de función de corriente.<br>El intervalo de contornos es $\Delta \psi = 0.05$ cm <sup>2</sup> s <sup>-1</sup>  | 64 |
|-----|--|----|
| 4.8 | Diagramas de dispersion, $\omega - \psi$ , para la simulación de la interacción turbulencia-dipolo ( $Re = 5000$ ).  | 65 |
| 4.9 | Evolución temporal de cantidades integrales para la simulación de la in-<br>teracción turbulencia-dipolo ( $Re = 5000$ ): (a) energía cinética normal-<br>izada y entrofía normalizada; (b) escala integral. El panel (c) muestra el<br>espectro de energía normalizado de la simulación. Los datos se calcularon<br>usando promedios de conjunto de 10 simulaciones idénticas | 66 |
| 5.1 | (a) Evolución temporal de la enstrofía $(\Omega)$ y la deformación total al cuadrado $(S)$ y (b) diagrama de dispersión $\Omega - S$ para la turbulencia formada por el flujo que pasa una cuadrícula de círculos ( $Re = 2500$ ). La línea azul representa la curva $\Omega = S$ . Los datos se calcularon usando promedios de conjunto de 10 simulaciones idénticas          | 70 |
| 5.2 | Perfiles de valor absoluto de vorticidad $\omega$ (línea continua) y de deformación total s (línea punteada) del dipolo durante su evolución en la turbulencia.  | 73 |
| 5.3 | Evolución temporal del momento angular para la simulación de la in-<br>teracción entre la turbulencia y el dipolo ( $Re = 5000$ ). Los datos se<br>calcularon usando promedios de conjunto de 10 simulaciones idénticas.   | 75 |
|     |  |    |

## Notación y abreviaturas

Esta sección contiene los simbolos y abreviaturas más usadas en la tesis. Solo algunos simbolos denotan más de una variable.

| Símbolo       | Término                                     | Unidad SI                                | Definición  |
|---------------|---|--|-------------|
| $\mathcal{D}$ | Dominio                                     |  |             |
| E             | Energía cinética por unidad de masa         | $\mathrm{cm}^2 \mathrm{~s}^{-2}$         | Ec. (2.3)   |
| E(k)          | Espectro de energía                         | $\mathrm{cm}^3 \mathrm{s}^{-2}$          |             |
| f             | Frecuencia                                  | $s^{-1}$                                 |             |
| k             | Número de onda                              | $\mathrm{cm}^{-1}$                       | Ec. (4.2)   |
| ĥ             | Vector unitario perpendicular al dominio    |  |             |
|               | del flujo                                   |  |             |
| l             | Escala integral                             | cm                                       | Ec. (4.1)   |
| L             | Escala de longitud                          | cm                                       |             |
| M             | Momento angular del flujo                   | $\rm cm^2~s^{-1}$                        | Ec. $(5.3)$ |
| î             | Vector unitario perpendicular a la frontera |  |             |
|               | del dominio                                 |  |             |
| p             | Presión                                     | $\mathrm{Pa}=\mathrm{N}~\mathrm{m}^{-2}$ |             |
| Q             | Función de Okubo-Weiss                      | $s^{-2}$                                 | Ec. (2.11)  |
| r             | Coordenadas cartesianas, $(x, y)$           | cm                                       |             |

#### Simbolos con letras latinas

## Notación y abreviaturas (continuación)

| Símbolo      | Término  | Unidad SI         | Definición |
|--------------|--|-------------------|------------|
| r            | Radio  | cm                |            |
| Re           | Número de Reynolds                             |                   | Ec. (2.1)  |
| s            | Deformación total, $s_1 + s_2$                 | $s^{-1}$          |            |
| S            | Deformación total al cuadrado, $s_1^2 + s_2^2$ | $s^{-2}$          | Ec. (2.11) |
| t            | Tiempo   | S                 |            |
| U            | Velocidad característica del flujo             | ${\rm cm~s^{-1}}$ |            |
| $\mathbf{v}$ | Velocidad del fluido, $(u, v)$                 | ${\rm cm~s^{-1}}$ |            |

## Simbolos con letras griegas

| Símbolo                       | Término                                  | Unidad SI         | Definición |
|-------------------------------|--|-------------------|------------|
| $\epsilon$                    | Flujo de energía                         | $\rm cm^2~s^{-2}$ |            |
| $\eta$                        | Tasa de disipación o flujo de enstrofía  | $s^{-3}$          | Ec. (2.8)  |
| $\mu$                         | Viscosidad del fluido                    | $\rm g~m~s^{-1}$  |            |
| ν                             | Viscosidad cinemática del fluido         | $\rm cm^2~s^{-1}$ |            |
| ρ                             | Densidad del fluido                      | ${\rm g~cm^{-3}}$ |            |
| au                            | Tensor de esfuerzos                      |                   | Ec. (3.15) |
| $\psi$                        | Función de corriente                     | $\rm cm^2~s^{-1}$ | Ec. (3.10) |
| $\boldsymbol{\omega}, \omega$ | Vector de vorticidad, vorticidad escalar | $s^{-1}$          | Ec. (3.8)  |
| Ω                             | Enstrofía                                | $s^{-2}$          | Ec. (2.4)  |

## Notación y abreviaturas (continuación)

#### Superíndices

| Símbolo | Término  |
|---------|--|
| e       | Un elemento finito típico  |
| h       | La aproximación de una variable mediante los elementos ensamblados |

#### Subíndices

# SímboloTérminoi, j, kValores nodales del elemento, posición en las matrices coeficientesmaxValor máximo de una variable

#### Abreviaturas

| Símbolo | Abreviatura                       |
|---------|-----------------------------------|
| 2D      | Bidimensional                     |
| CFD     | Dinámica de fluidos computacional |
| DNS     | Simulación numérica directa       |